②

$(y-2)(3x-12)=5x^2-21x+4$

$3xy-12y-6x+24=5x^2-21x+4$

$3xy-12y=5x^2-15x-20$

$3y(x-4)=5(x^2-3x-4)$

$3y(x-4)=5(x+1)(x-4)$

$3y(x-4)-5(x+1)(x-4)=0$

$(x-4)(3y-5(x+1))=0$

$\left[\begin{array}{l} x-4=0 \quad (1) \\ 3y-5(x+1)=0 \quad (2) \end{array}\right.$

1) $x-4=0$

$x=4 \rightarrow y \in Z$

2) $3y-5(x+1)=0$

$3y-5x-5=0$

$3y=5x+5$

$y=\frac{5x+5}{3}=\frac{5}{3}x+\frac{5}{3} \rightarrow$

$x=\frac{3}{5}y-1$

При $x \in Z$ $5x+5$ должно делиться на 3 → это будет так при $x \in \{2,5,8,11,14,17,\dots\}$, т.е начиная с 2 с шагом 3, тогда y при этих x можно будет найти по формуле $y=\frac{5x+5}{3}$, а также будет работать при отрицательных x: $x \in \{-4;-7;-10;-13,\dots\}$, т.е уменьшая x каждый раз на 3.

А значит получаем ответ:

При: $x=4 \rightarrow y \in Z$ (т.е при $x=4$ любое целое y).

$x \in \{2,5,8,11,14,17,\dots\} \rightarrow y=\frac{5x+5}{3}$ (т.е x начиная с 2 с шагом 3).

$x \in \{-4;-7;-10;-13;\dots\} \rightarrow y=\frac{5x+5}{3}$ (т.е при x начиная с -4 с шагом (-3))

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 1

(1)

	m, кг	t, мин	V, кг/мин
C + A	0,5	9	0,5/9
P + A	0,5	12	0,5/12
C + P	0,5	18	0,5/18
C + A + P	1	x	1/x

Пусть x мин - общее время на 1кг.

Заметим, что в каждом из условий (т.е во всех 3-х условиях человек встречается 2 раза) → а значит мы можем сложить все условия, а после поделить на 2 так мы получим их общую скорость еды.

$$C + A + P + A + C + P = \frac{0,5}{9} + \frac{0,5}{12} + \frac{0,5}{18}$$

$$2C + 2A + 2P = \frac{0,5}{9}{}^{L^4} + \frac{0,5}{12}{}^{L^3} + \frac{0,5}{18}{}^{L^2} = \frac{2}{36} + \frac{1,5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{4,5}{36}$$

$$\div 2 \quad C + A + P = \frac{2C + 2A + 2P}{2} = \frac{4,5}{36} : 2 = \frac{4,5}{36} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4,5}{72}$$ → значит они сведают вместе 4,5 кг за 72 мин

$$C + A + P = \frac{4,5}{72} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16}$$ → значит они вместе сведят 1кг малины за 16 минут. → x = 16.

Ответ: за 16 минут

Можно использовать оборот листа для записи решений

10) $\angle BED = 3\angle = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$

11) $\triangle BCD$: $\angle BDC = 90^\circ$.

По т. Пифагора

$BC^2 = BD^2 + DC^2$

$6^2 = BD^2 + 3^2$

$BD^2 = 6^2 - 3^2$

$BD^2 = 36 - 9 = 27$

$BD = \left[\begin{array}{l} \sqrt{27} = 3\sqrt{3}. \\ -\sqrt{27} - \text{не подходит по смыслу} \end{array}\right.$

12) $S_{ABCD} = BD \cdot CD = 3\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}$, $см^2$

Ответ: $S_{ABCD} = 9\sqrt{3}$ $см^2$

(4)

$$\left| \frac{x(x^2-3) + (x+2)^2 - (x^3+6)}{x + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - 1} \right| = a^2 + 1$$

1) $x(x^2-3) + (x+2)^2 - (x^3+6) = x^3 - 3x + x^2 + 4x + 4 - x^3 - 6 = x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$

2) $x + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - 1 = x + \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt{2}} - 1 = x + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - 1 = x + 3 - 1 = x + 2$

$$\left| \frac{(x+2)(x-1)}{x+2} \right| = a^2 + 1$$

ОДЗ: $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$|(x-1)| = a^2 + 1$

1) $x - 1 \geq 0$

$x \geq 1$ *.

$x - 1 = a^2 + 1$

$a^2 = x$

$a = \pm\sqrt{x}$

2) $x - 1 \leq 0$

$x \leq 1$

$-x + 1 = a^2 + 1$

$a^2 = -x$

$a = \pm\sqrt{-x}$ *.

С учётом ОДЗ:

~~$x = 1$~~ $|-2-1| = x^2 + 1 - 3$

$-x + 1 = 3 \to x = -2 \notin$ ОДЗ

~~$x \neq 1$~~ $x - 1 = 3 \to x = 4$

Значит $3 = a^2 + 1$

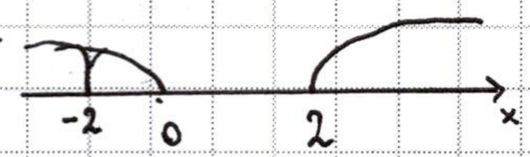
$a^2 = 2 \to a = \pm\sqrt{2}$

$a^2 = x - 2$

$a = \pm\sqrt{x-2}$

* $x \geq 2$

* x - не может не положит.



Таким образом, чтобы x был отрицательным нужно рассматривать наш 2-ой случай тогда $a = \pm\sqrt{-x}$ мы всегда будем получать 2 решения за исключением случая, когда подкоренное выражение равно 0 $\to x = 0 \to a = 0$, но 0 не есть отр.

Ответ: ~~Ответ: $a = 0$; $x = 0$. Ответ: $a = 0$; $x = 0$~~ Ответ: отрицательное: $a \in \emptyset$

положительное: $a \in \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\} \to x = 4$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

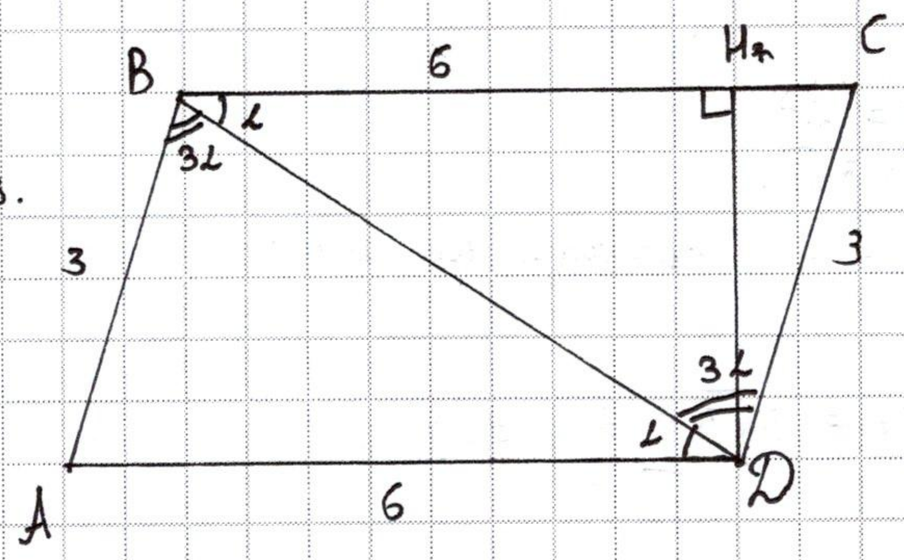
Вариант задания 1

(3)

Дано:

BD - диагональ $BC = AD = 6$; $AB = CD = 3$.

$\frac{\angle ABD}{\angle CBD} = 3$ $\frac{\angle CDA}{\angle BDA} = 3$



1) Пусть $\angle CBD = \angle$ => $\angle ABD = 3\angle$ (из условия).

2) $\angle CBD = \angle BDA = \angle$ (н/л при BC || AD и сек BD)
$\angle ABD = \angle CDB = 3\angle$ (н/л при AB || CD и сек BD)

3) Проведём $DH \perp BC$,

4) $\triangle BHD$: $\angle B + \angle H + \angle D = 180^\circ$ (по теореме о сумме углов тр-ка).
$\angle + 90^\circ + \angle HDB = 180^\circ$ => $\angle HDB = 90^\circ - \angle$

5) ~~$\angle ADC = \angle ADH + \angle CDH + \angle ADB$~~
$\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$ (как вн. односторонние при BC || AD и сек BD)
$\angle + 3\angle + \angle BCD = 180^\circ$ => $\angle BCD = 180^\circ - 4\angle$

6) $\angle BDC = 3\angle$
$\angle BDC = \angle HDB + \angle CDH$
$3\angle = 90^\circ - \angle + \angle CDH$
$\angle CDH = 3\angle - \angle - 90^\circ = 2\angle - 90^\circ$.

7) $\triangle CHD$:
$\angle H = 90^\circ$
$\angle C + \angle H + \angle D = 180^\circ$ (по теореме о сумме углов тр-ка).
$90^\circ + 2\angle - 90^\circ = \angle HCD$
$\angle HCD = 2\angle$

8) $\angle ADC = \angle BDC + \angle BDA = 3\angle + \angle = 4\angle$
$\angle BCD = 2\angle$

9) $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$ (как вн. односторонн при BC || AD)
$2\angle + 4\angle = 180^\circ$
$6\angle = 180^\circ$
$\angle = 30^\circ$

Продолжение на перевороте

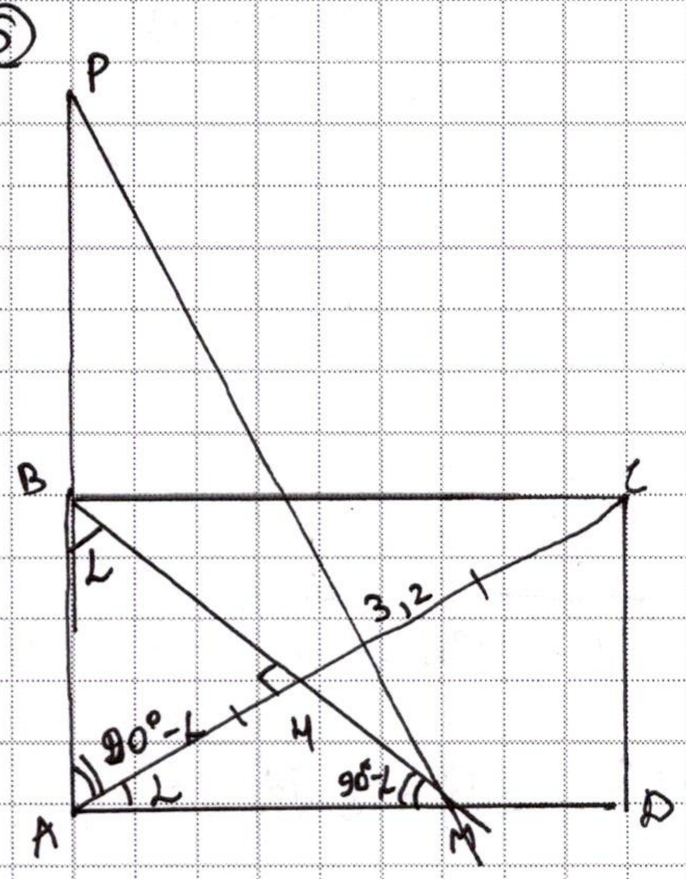
Можно использовать оборот листа для записи решений

Итоговая стоимость будет:

$6 \cdot 12 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 72 + 15 + 4 = 91$ у.е.

Ответ: 91 у.е.

⑤



1) Пусть $\angle CAD = L$

$\angle BAC = 90° - L$

$\angle HBA = L$ (по т. о сумме углов)

$\angle HMA = 90° - L$ (по т. о сумме углов)

$\angle ACD = \angle BAC = 90° - L$ (н/л при BC || AD и сек AC)

2) $\triangle ACD \sim \triangle BMA$ (по 2-м углам)

$\angle ABM = \angle CAD = L$

$\angle BAM = \angle CDA = 90°$ (по усл.)

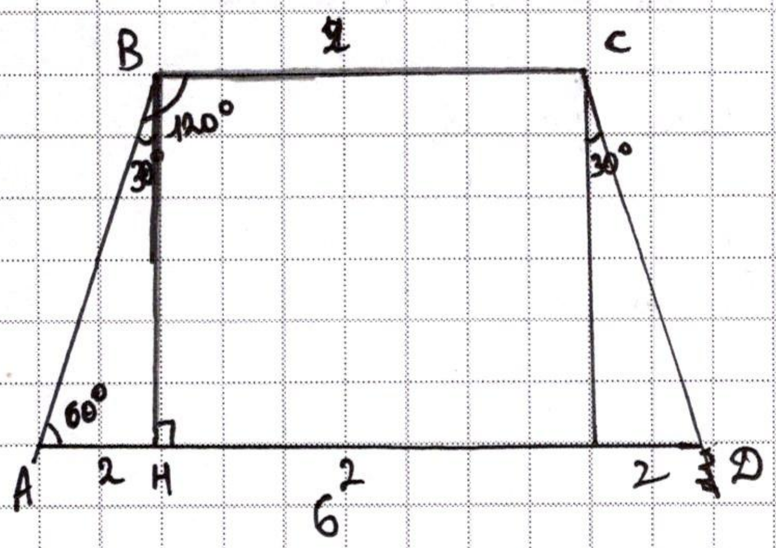
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

(6)

Найдём площади всех элементов.



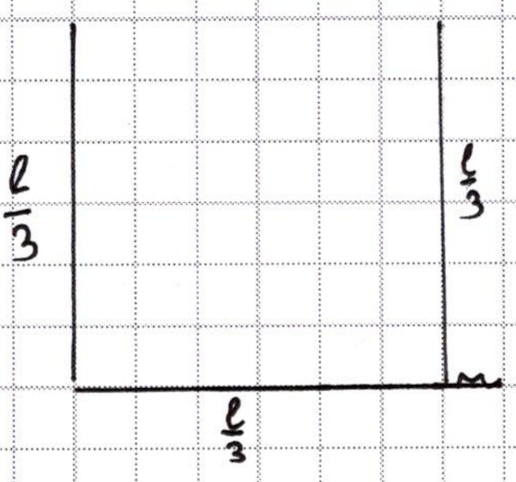
По т. Пифагора:

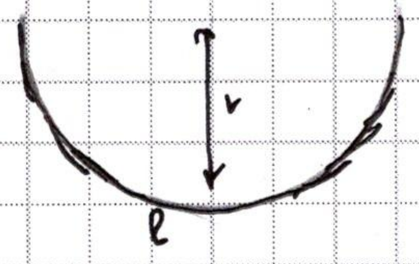
$BH = \sqrt{AB - AH} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot BH = \frac{2+6}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\ м^2$

$\frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

сторона: $S = (3\sqrt{3})^2 = 9 \cdot \sqrt{3}\ м^2$





$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{2\pi}\right)^2 = \frac{3\pi\sqrt{3}}{(2\pi)^2} \cdot \pi = \pi \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot м^2$

$l = 2\pi r \rightarrow r = \frac{l}{2\pi}$

$S_{пол} = \frac{S}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}\ м^2$

Расчитаем площадь, которую нам точно нужно распределить, учитывая ограничения: $150\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 2\left(\frac{3\sqrt{3}}{8}\right) = 141\frac{2}{8}\sqrt{3}$.

3 $S_{пол} < S_{квад}$, хотя цены одинаковые, ~~но у нас~~

$141\frac{2}{8}\sqrt{3} - 12 \cdot 8\sqrt{3} = 33\frac{2}{8}\sqrt{3}\ м^2$

Площадь трапеции = площади круга и цены на одинак площадь у трапеции меньше

$33\frac{2}{8}\sqrt{3} : 8\sqrt{3} \approx 4$ шт можно купить

$S_{ост} = 33\frac{2}{8}\sqrt{3} - 32\sqrt{3} = 1\frac{2}{8}\sqrt{3}\ м^2$ → купим полукруги для меньш затрат, но купив полукруг мы потратим больше => лучше прост купить трапецию

Можно использовать оборот листа для записи решений